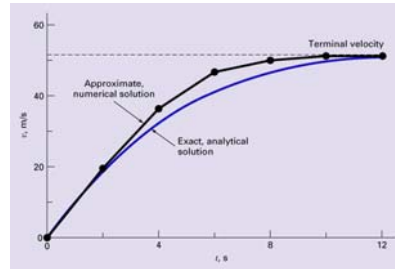


# Chap. 1 Introduction

- ❖ 수치적 모델링
- ❖ 수치해법과 문제풀이
- ❖ 이론해와 수치해법의 비교



## 수학적 모델 (Mathematical Model)

### □ 수학적 모델의 정의

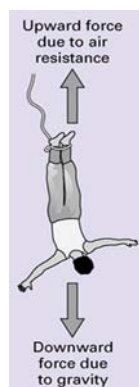
- 어떤 물리적 시스템이나 과정의 중요한 특징을 수학적 용어로 표현한 공식 또는 방정식
- 함수적 관계로 표현: 종속변수 = f(독립변수들, 매개변수들, 강제함수들)
  - ☞ 종속변수 (Dependent variable): 시스템의 거동이나 상태를 반영하는 특성
  - ☞ 독립변수 (Independent variable): 시스템의 거동을 결정하는데 사용되는 차원 (시간, 공간)
  - ☞ 매개변수 (Parameter): 시스템의 성질이나 구성 나타냄
  - ☞ 강제함수 (Forcing function): 시스템에 작용하는 외부의 영향
- 예) Newton의 제 2법칙
  - ☞  $F = m a \rightarrow a = F / m$
  - 종속변수: 독립변수 :
  - 매개변수: 강제함수 :

### □ 수학적 모델의 특성

- 자연 현상 또는 시스템을 수학적인 용어로 기술
- 실제 현상을 이상화하여 단순화시켜 표현. 즉 자연 현상을 제대로 기술하기 위해 필요한 과정에서 상대적으로 중요성이 떨어지는 불필요한 세부사항들 무시
  - ☞ Ex) 자유낙하하는 물체에서의 공기저항 무시
  - ☞ 뉴턴의 제 2법칙은 물체와 인간이 감지할 수 있는 속도와 크기에 대해 적용 (상대성효과와 같이 중요성이 무시되어질 만한 양은 포함되지 않음)
- 동일한 결과를 재생할 수 있으므로 이를 예측하는 목적으로 사용 가능. 즉 수학적 모델 (식)이 확립되면 독립변수 혹은 매개변수의 변화에 따른 종속변수의 변화 계산 가능
  - ☞ Ex)  $a = F/m \rightarrow$  질량 혹은 힘의 변화에 따른 가속도 변화 계산

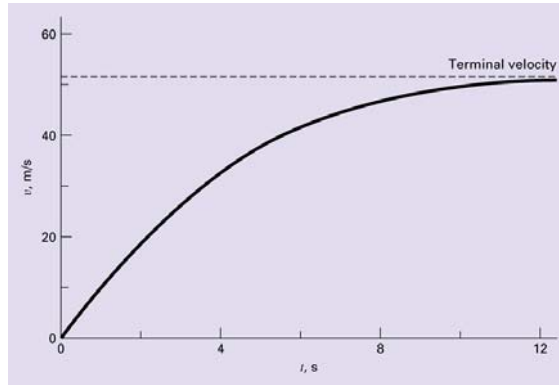
## 수치해석 사례 – 번지점프

### □ Analytical Solution

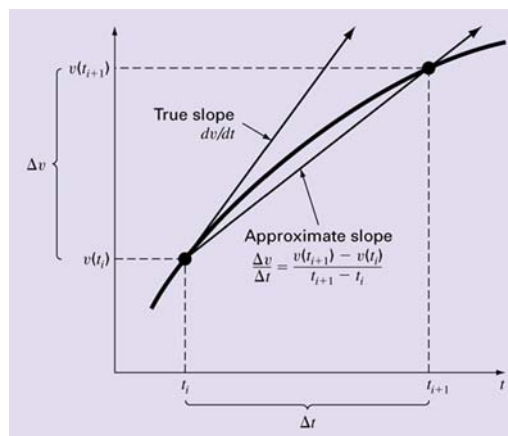


□ Analytical Solution

t (s)	v (m/s)
0	0
2	18.7292
4	33.1118
6	42.0762
8	46.9575
10	49.4214
12	50.6175
$\infty$	51.6938

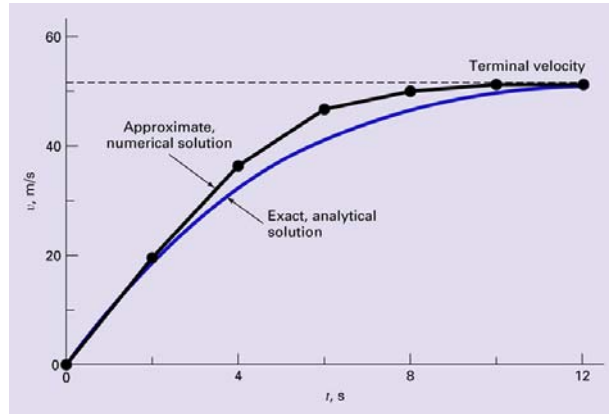


□ Numerical Solution

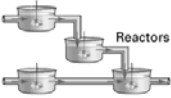

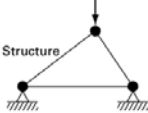
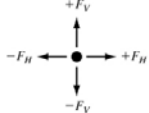

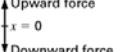


□ Numerical Solution

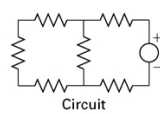
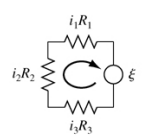
t (s)	v (m/s)
0	0
2	19.6200
4	36.4137
6	46.2983
8	50.1802
10	51.3123
12	51.6008
$\infty$	51.6938



보존 법칙 (Conservation Law)

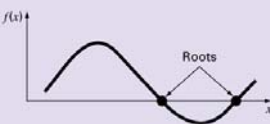
Field	Device	Organizing Principle	Mathematical Expression
Chemical engineering		Conservation of mass	Mass balance:  Over a unit of time period $\Delta \text{mass} = \text{inputs} - \text{outputs}$
Civil engineering		Conservation of momentum	Force balance:  At each node $\sum \text{horizontal forces } (F_H) = 0$ $\sum \text{vertical forces } (F_V) = 0$
Mechanical engineering		Conservation of momentum	Force balance:  $m \frac{d^2x}{dt^2} = \text{downward force} - \text{upward force}$

# 보존 법칙 (Conservation Law)

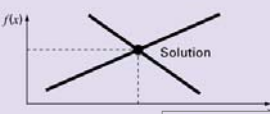
Field	Device	Organizing Principle	Mathematical Expression
Electrical engineering	 <p>Circuit</p>	Conservation of charge	Current balance: $+i_1 \rightarrow -i_3$ For each node $\uparrow +i_2$ $\Sigma \text{ current } (i) = 0$
		Conservation of energy	Voltage balance:  Around each loop $\Sigma \text{ emf's} - \Sigma \text{ voltage drops for resistors} = 0$ $\Sigma \xi - \Sigma iR = 0$

# 수치해법

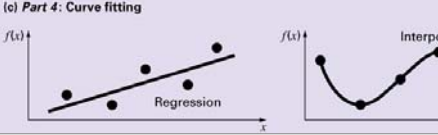
**(a) Part 2: Roots**  
Solve  $f(x) = 0$  for  $x$



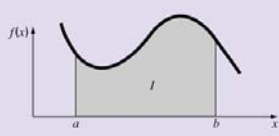
**(b) Part 3: Linear algebraic equations**  
Given the  $a$ 's and the  $b$ 's, solve for the  $x$ 's  
 $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1$   
 $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2$



**(c) Part 4: Curve fitting**



**(d) Part 5: Integration**  
 $I = \int_a^b f(x) dx$   
Find the area under the curve.



**(e) Part 6: Differential equations**  
Given  $\frac{dy}{dt} \approx \frac{\Delta y}{\Delta t} = f(t, y)$   
solve for  $y$  as a function of  $t$   
 $y_{i+1} = y_i + f(t_i, y_i)\Delta t$

