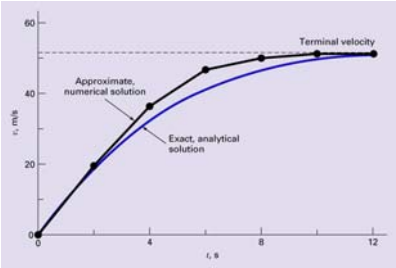
서울과학기술대학교 SEOULTECH Seoul National University of Science & Technology

Chap. 1 Introduction

- 수치적 모델링
- 수치해법과 문제풀이
- 이론해와 수치해법의 비교



수학적 모델 (Mathematical Model)

서울과학기술대학교 SEOULTECH Seoul National University of Science & Technology

❑ 수학적 모델의 정의

- 어떤 물리적 시스템이나 과정의 중요한 특징을 수학적 용어로 표현한 공식 또는 방정식
- 함수적 관계로 표현: 종속변수 = f(독립변수들, 매개변수들, 강제함수들)
  - ➲ 종속변수 (Dependent variable): 시스템의 거동이나 상태를 반영하는 특성
  - ➲ 독립변수 (Independent variable): 시스템의 거동을 결정하는데 사용되는 차원 (시간, 공간)
  - ➲ 매개변수 (Parameter): 시스템의 성질이나 구성 나타냄
  - ➲ 강제함수 (Forcing function): 시스템에 작용하는 외부의 영향
- 예) Newton의 제 2법칙
  - ➲ F = m a ➔ a = F / m

종속변수: 독립변수 :

매개변수: 강제함수:

수학적 모델 (Mathematical Model)

서울과학기술대학교 SEOULTECH Seoul National University of Science & Technology

❑ 수학적 모델의 특성

- 자연 현상 또는 시스템을 수학적인 용어로 기술
- 실제 현상을 이상화하여 단순화시켜 표현. 즉 자연 현상을 제대로 기술하기 위해 필요한 과정에서 상대적으로 중요성이 떨어지는 불필요한 세부사항들 무시
  - ➲ Ex) 자유낙하하는 물체에서의 공기저항 무시
  - ➲ 뉴튼의 제 2법칙은 물체와 인간이 감지할 수 있는 속도와 크기에 대해 적용 (상대성효과와 같이 중요성이 무시되어질 만한 양은 포함되지 않음)
- 동일한 결과를 재생할 수 있으므로 이를 예측하는 목적으로 사용 가능. 즉 수학적 모델(식)이 확립되면 독립변수 혹은 매개변수의 변화에 따른 종속변수의 변화 계산 가능
  - ➲ Ex) a = F/m ➔ 질량 혹은 함의 변화에 따른 가속도 변화 계산

수치해석 사례 – 번지점프

서울과학기술대학교 SEOULTECH Seoul National University of Science & Technology

❑ Analytical Solution

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{c_d}{m}v^2$$

C_d: 항력계수

Ex) m = 68.1kg, C_d = 0.25 kg/m,

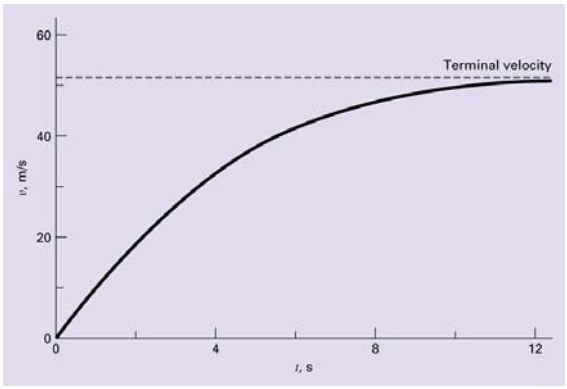
- 독립변수: t
- 종속변수 : v
- 매개변수 : m, C_d
- 강제함수: g

수치해석 사례 – 번지점프

서울과학기술대학교 SEOULTECH Seoul National University of Science & Technology

❑ **Analytical Solution**

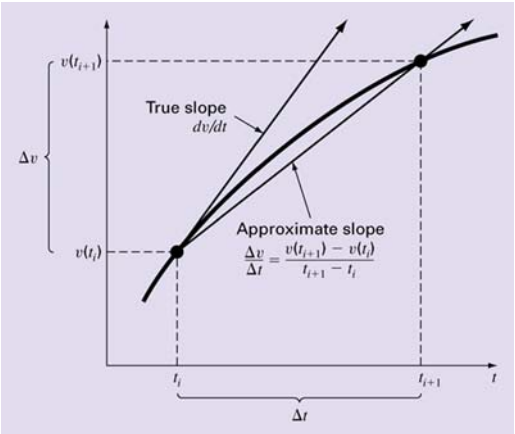
t (s)	v (m/s)
0	0
2	18.7292
4	33.1118
6	42.0762
8	46.9575
10	49.4214
12	50.6175
∞	51.6938



수치해석 사례 – 번지점프

서울과학기술대학교 SEOULTECH Seoul National University of Science & Technology

❑ **Numerical Solution**

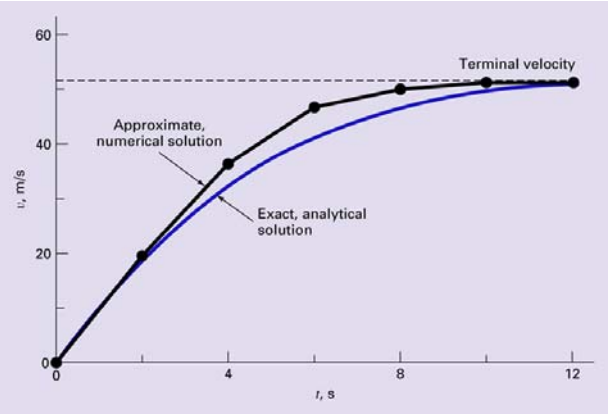


수치해석 사례 – 번지점프

서울과학기술대학교 SEOULTECH Seoul National University of Science & Technology

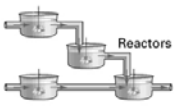
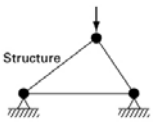
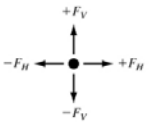
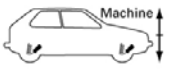
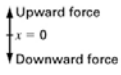
❑ **Numerical Solution**

t (s)	v (m/s)
0	0
2	19.6200
4	36.4137
6	46.2983
8	50.1802
10	51.3123
12	51.6008
∞	51.6938



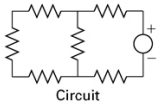
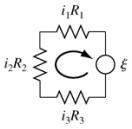
보존 법칙 (Conservation Law)

서울과학기술대학교 SEOULTECH Seoul National University of Science & Technology

Field	Device	Organizing Principle	Mathematical Expression
Chemical engineering		Conservation of mass	Mass balance:  Over a unit of time period Δmass = inputs − outputs
Civil engineering		Conservation of momentum	Force balance:  At each node Σ horizontal forces $(F_H) = 0$ Σ vertical forces $(F_V) = 0$
Mechanical engineering		Conservation of momentum	Force balance:  $m\frac{d^2x}{dt^2}$ = downward force − upward force

보존 법칙 (Conservation Law)

서울과학기술대학교 SEOULTECH Seoul National University of Science & Technology

Field	Device	Organizing Principle	Mathematical Expression
Electrical engineering	 Circuit	Conservation of charge	Current balance: $+i_1 \rightarrow -i_3$, $+i_2$ For each node Σ current $(i) = 0$
		Conservation of energy	Voltage balance:  i_1R_1, i_2R_2, ξ, i_3R_3 Around each loop Σ emf's $-$ Σ voltage drops for resistors $= 0$ $\Sigma\,\xi - \Sigma\,iR = 0$

수치해법

서울과학기술대학교 SEOULTECH Seoul National University of Science & Technology